

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

1.	Кафедра	Математики, физики и информационных технологий
2.	Направление подготовки	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
3.	Направленность (профили)	Математика. Информатика
4.	Дисциплина (модуль)	Б1.О.03.05 Теория вероятности и математическая статистика
5.	Форма обучения	Очная
6.	Год набора	2023

I. Методические рекомендации

1.1 Методические рекомендации по организации работы студентов во время проведения лекционных занятий

- В ходе лекций преподаватель излагает и разъясняет основные, наиболее сложные понятия темы, а также связанные с ней теоретические и практические проблемы, дает рекомендации для практического занятия и указания для выполнения самостоятельной работы.
- В ходе лекционных занятий обучающемуся необходимо вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание изучаемой дисциплины, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве.
- Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Рекомендуется активно задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

1.2 Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

- На практическом занятии студенты решают задачи под руководством преподавателя. Семинар проводится по узловым и наиболее сложным вопросам (темам, разделам) учебной программы.
- Практические занятия посвящены изучению наиболее важных тем учебной дисциплины. Они служат для закрепления изученного материала, развития умений и навыков подготовки докладов, сообщений, приобретения опыта устных публичных выступлений, ведения дискуссии, аргументации и защиты выдвигаемых положений, а также для контроля преподавателем степени подготовленности студентов по изучаемой дисциплине.
- В ходе подготовки к практическим занятиям следует изучить основную и дополнительную литературу, учесть рекомендации преподавателя и требования рабочей программы.
- Можно подготовить свой конспект ответов по рассматриваемой тематике, подготовить тезисы для выступлений по всем учебным вопросам, выносимым на занятие. Следует продумать примеры с целью обеспечения тесной связи изучаемой теории с реальной практикой. Можно дополнить список рекомендованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы.

1.3 Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

- Самостоятельная работа – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой студентов).
- Самостоятельная работа студентов (далее – СРС) в ВУЗе является важным видом учебной и научной деятельности студента. СРС играет значительную роль в рейтинговой технологии обучения. Обучение в ВУЗе включает в себя две, практически одинаковые по объему и взаимовлиянию части – процесса

обучения и процесса самообучения. Поэтому СРС должна стать эффективной и целенаправленной работой студента.

- К современному специалисту общество предъявляет достаточно широкий перечень требований, среди которых немаловажное значение имеет наличие у выпускников определенных способностей и умения самостоятельно добывать знания из различных источников, систематизировать полученную информацию, давать оценку конкретной ситуации. Формирование такого умения происходит в течение всего периода обучения через участие студентов в практических занятиях, выполнение контрольных заданий и тестов, написание курсовых и выпускных квалификационных работ. При этом СРС играет решающую роль в ходе всего учебного процесса.
- В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления, саморефлексии и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.
- Формы самостоятельной работы студентов разнообразны. Они включают в себя:
 - изучение учебной, научной и методической литературы, материалов периодических изданий с привлечением электронных средств официальной, статистической, периодической и научной информации;
 - подготовку докладов и рефератов, написание курсовых и выпускных квалификационных работ;
 - участие в работе студенческих конференций, комплексных научных исследованиях.
- Самостоятельная работа приобщает студентов к научному творчеству, поиску и решению актуальных современных проблем.
- Основной формой самостоятельной работы студента является изучение конспекта лекций, их дополнение, рекомендованной литературы, активное участие на практических и семинарских занятиях.

Чтение учебника

- Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного понимания предыдущего, производя на бумаге все вычисления (в том числе и те, которые ради краткости опущены в учебнике) и выполняя имеющиеся в учебнике чертежи.
- Особое внимание следует обращать на определение основных понятий. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно.
- Необходимо помнить, что каждая теорема состоит из предположений и утверждения. Все предположения должны обязательно использоваться в доказательстве. Нужно добиваться точного представления о том, в каком месте доказательства использовано каждое предположение теоремы. Полезно составлять схемы доказательств сложных теорем. Правильному пониманию многих теорем помогает разбор примеров математических объектов, обладающих и не обладающих свойствами, указанными в предположениях и утверждениях теорем.
- При изучении материала по учебнику полезно вести конспект, в который рекомендуется вписывать определения, формулировки теорем, формулы, уравнения и т. д. На полях конспекта следует отмечать вопросы, выделенные студентом для получения письменной или устной консультации преподавателя.
- Письменное оформление работы студента имеет исключительно важное значение. Записи в конспекте должны быть сделаны чисто, аккуратно и расположены в определенном порядке. Хорошее внешнее оформление конспекта по изученному материалу не только приучит студента к необходимому в работе порядку, но и позволит ему избежать многочисленных ошибок, которые происходят из-за небрежных, беспорядочных записей.
- Выводы, полученные в виде формул, рекомендуется в конспекте подчеркивать или обводить рамкой, чтобы при перечитывании конспекта они выделялись и лучше запоминались. Опыт показывает, что многим студентам помогает в работе составление листа, содержащего важнейшие и наиболее часто употребляемые формулы курса. Такой лист не только помогает запомнить формулы, но и может служить постоянным справочником для студента.

Самопроверка

- После изучения определенной темы по учебнику и решения достаточного количества соответствующих задач студенту рекомендуется воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки и доказательства теорем. Вопросы для самопроверки, приведенные в настоящем пособии, даны с целью помочь студенту в повторении, закреплении и проверке прочности усвоения изученного материала. В случае необходимости надо еще раз внимательно разобраться в материале учебника, решить ряд задач.
- Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный раздел.

I.4. Проведение занятий в интерактивной форме

- Интерактивное обучение представляет собой способ познания, осуществляемый в формах совместной деятельности обучающихся, т.е. все участники образовательного процесса взаимодействуют друг с другом, совместно решают поставленные проблемы, моделируют ситуации, обмениваются информацией, оценивают действие коллег и свое собственное поведение, погружаются в реальную атмосферу делового сотрудничества по разрешению проблем.
- Интерактивная форма обучения реализуется в виде коллективных решений творческих задач (кейс-заданий по тематикам дисциплины).
- Коллективные решения творческих задач. Под творческими заданиями понимаются такие учебные задания, которые требуют от обучающихся не простого воспроизводства информации, а творчества, поскольку задания содержат большой или меньший элемент неизвестности и имеют несколько подходов, несколько методов решения.

I.5. Методические рекомендации по решению тестовых заданий

- Тестовая система предусматривает вопросы/задания, на которые обучающийся должен дать один или несколько вариантов правильного ответа из предложенного списка ответов. При поиске ответа необходимо проявлять внимательность.
- При отсутствии какого-либо одного ответа на вопрос, предусматривающий множественный выбор, весь ответ считается неправильным.
- Ответы правильные выделяются в тесте подчеркиванием или любым другим допустимым символом.

I.6. Методические рекомендации по решению задач, в том числе дополнительных

- Важным критерием усвоения теории является умение решать задачи на пройденный материал.
- При решении задач нужно обосновать каждый этап решения исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения, то он должен сравнить их и выбрать из них самый лучший. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения.
- Решения задач и примеров следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Чертежи можно выполнять от руки, но аккуратно и в соответствии с данными условиями. Если чертеж требует особо тщательного выполнения (например, при графической проверке решения, полученного путем вычислений), то следует пользоваться линейкой, транспортиром, лекалом и указывать масштаб.
- Решение каждой задачи должно доводиться до ответа, требуемого условием, и по возможности в общем виде с выводом формулы. Затем в полученную формулу подставляют числовые значения (если они даны). В промежуточных вычислениях не следует вводить приближенные значения корней, числа π и т. п.
- Полученный ответ следует проверять способами, вытекающими из существа данной задачи. Если, например, решалась задача с конкретным физическим или геометрическим содержанием, то полезно, прежде всего, проверить размерность полученного ответа. Полезно также, если возможно, решить задачу несколькими способами и сравнить полученные результаты.
- Решение задач определенного типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.
- Перед решением задачи должно быть полностью приведено ее условие. Само решение следует сопровождать необходимыми расчетами и пояснениями с указанием применяемых формул, анализом и выводами.
- Работа должна быть оформлена аккуратно, написана разборчиво без помарок, зачеркиваний и сокращений слов.

I.7. Методические указания по подготовке к решению кейсов – практических ситуаций

- Кейс (в переводе с англ. – случай) представляет собой проблемную ситуацию, предлагаемую студентам в качестве задачи для анализа и поиска решения. Обычно кейс содержит схематическое словесное описание ситуации, статистические данные, а также мнения и суждения о ситуациях, которые трудно предсказать или измерить. Кейс, охватывает такие виды речевой деятельности как чтение, говорение и письмо.
- Кейсы наглядно демонстрируют, как на практике применяется теоретический материал. Данный материал необходим для обсуждения предлагаемых тем, направленных на развитие навыков общения и повышения профессиональной компетенции. Зачастую в кейсах нет ясного решения проблемы и достаточного количества информации.
- Анализ кейса должен осуществляться в определенной последовательности:
 - Выделение проблемы.

- Поиск фактов по данной проблеме.
- Рассмотрение альтернативных решений.
- Выбор обоснованного решения.

I.8. Методические рекомендации по выполнению домашних и индивидуальных заданий

- Домашние/индивидуальные задания по курсу выполняются обучающимися самостоятельно в отдельной тетради или в тетради для практических занятий.
- Домашние/индивидуальные задания ориентированы на закрепление теоретического материала, изученного в ходе лекционного занятия и отработанного на практических занятиях по каждой теме курса.
- При выполнении домашнего/индивидуального задания обучающийся должен повторить теоретический материал лекции по данной теме; разобрать задания, выполненные на практическом занятии; записать условие задания в тетрадь; полно и с обоснованием действий выполнить решение задания; при необходимости привести необходимые уточнения (формулы, теоремы, утверждения), на основе которых проводилось решение; записать ответ или вывод.
- Все индивидуальные задания необходимо защитить в устной форме, ответив на вопросы преподавателя по выполнению заданий и обоснованию приведенного решения.

I.9. Методические рекомендации по выполнению контрольных работ

- Контрольные работы по данной дисциплине выполняются в отдельных тетрадях для контрольных работ или на отдельных листах, которых хранятся у преподавателя; в них же обучающийся выполняет работу над допущенными ошибками в случае неудовлетворительного выполнения контрольной работы или дополнительное задание для допуска к пересдаче контрольной работы.
- Контрольная работа считается зачтенной, если правильно выполнено не менее 60% заданий.
- Задания контрольной работы выполняются аккуратно, последовательно, обоснование решения и ответ обязательны в каждом задании.
- При написании работы можно использовать черновик.
- При выполнении контрольных работ не допускается использование мобильных устройств, гаджетов, калькуляторов, учебной литературы.

I.10. Методические рекомендации по подготовке к сдаче коллоквиума

- Коллоквиум проводится по теоретической части курса и состоит из нескольких этапов.
- 1 Этап. Устный опрос по определениям.
- Все определения необходимо знать наизусть. Каждое верно сформулированное определение – 1 балл. Необходимо набрать максимум – 3 балла, минимум – 2 балла.
- Если обучающийся не справился с данным этапом, то продолжает осваивать учебную дисциплину самостоятельно до следующей попытки. Баллы (2 или 3), полученные за первый этап, могут сохраняться до следующей пересдачи коллоквиума.
- 2 Этап. Устный вопрос с развернутым ответом. При подготовке к ответу на вопрос (в течение 20 минут) считается допустимым использование собственноручно написанного конспекта, записей. Использование иных материалов и технических средств является нарушением правил и достаточным условием для того, чтобы коллоквиум считать не сданным и обучающийся продолжает осваивать дисциплину самостоятельно до следующей попытки.
- Во время ответа преподавателю обучающийся может вести какие-либо записи на чистом листе бумаги.
- Максимальное количество баллов за ответ на вопрос обучающийся получает, если даны все определения, сформулированы и доказаны утверждения, приведены примеры и контрпримеры, и минимальное – если даны все определения, сформулированы утверждения, доказательства приведены, но только на уровне идеи.

I.11. Методические рекомендации по выполнению итогового (экзаменационного) теста

- Итоговый (экзаменационный) тест проводится в виде компьютерного тестирования.
- Для успешного прохождения итогового теста обучающиеся в режиме самоподготовки выполняют задания подготовительных тестов.
- Сложные задания, встречаемые в тестах, студенты могут выполнять на групповых и индивидуальных консультациях по предмету.
- Перед прохождением теста обучающийся должен повторить весь теоретический и практический материал курса, выучить основные формулы, определения, утверждения и теоремы, знать способы и методы решения ключевых заданий курса.

I.12. Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзамена

- Экзамен осуществляется в рамках завершения изучения дисциплины (модуля) и позволяет определить качество усвоения изученного материала, а также степень сформированности компетенций.
- Студенты обязаны сдавать экзамен в строгом соответствии с утвержденными учебными планами, разработанными согласно образовательным стандартам высшего образования.
- По дисциплине «Алгебра и геометрия» экзамен принимается по билетам, содержащим два теоретических вопроса. Экзаменационные билеты утверждаются на заседании кафедры.
- Экзаменатору предоставляется право задавать студентам вопросы в рамках билета, а также, помимо теоретических вопросов, предлагать задачи практико-ориентированной направленности по программе данного курса.
- При явке на экзамен студенты обязаны иметь при себе зачетную книжку, которую они предъявляют экзаменатору в начале экзамена.
- Рекомендуется при подготовке к экзамену опираться на следующий план:
 1. Просмотреть программу курса, с целью выявления наиболее проблемных тем, вопросов, которые могут вызвать трудности при подготовке к экзамену.
 2. Темы необходимо изучать последовательно, внимательно обращая внимание на описание вопросов, которые раскрывают ее содержание. Начинать необходимо с первой темы.
 3. После работы над первой темой необходимо ответить на вопросы для самоконтроля и решить тестовые задания к ней. При этом для эффективного закрепления информации прорешать тест первый раз лучше без использования учебных материалов, второй раз с их использованием.
 4. И так далее по остальным темам.

II. Планы практических занятий

Практическое занятие №1. Теория вероятностей

План практического занятия:

1. Простейшие комбинаторные схемы.
2. Основные комбинаторные задачи.
3. Основные комбинаторные формулы.
4. Случайные события. Алгебра событий.
5. Определения вероятности: классическое, статистическое, геометрическое.
6. Условные вероятности.
7. Вероятность произведения событий.
8. Независимые испытания.
9. Схема Бернулли.
10. Предельные теоремы в схеме Бернулли.

Литература: [1, с. 17-63]; [2, с. 13-79]

Пример кейс-задания для коллективного решения:

Брак при производстве некоторого изделия вследствие дефекта D составляет 11%, а вследствие дефекта E – 12%. Процент годной продукции составляет 86%.

Пусть p – вероятность того, что случайно взятое изделие будет признано бракованным как вследствие дефекта D, так и вследствие дефекта E

а) Тогда значение $100p$ равно...

б) Вероятность того, что среди продукции, забракованной вследствие дефекта D, окажется и продукция, забракованная вследствие дефекта E, равна...

в) Установите соответствие между объемом N произведенной продукции и наиболее вероятным количеством изделий, бракованных только вследствие дефекта D:

- 1) $N=100$
- 2) $N=200$
- 3) $N=500$

Вопросы для самоконтроля

- Сформулируйте аксиомы теории вероятностей и следствия из них.
- Дайте классическое определение вероятности В чем состоит различие между вероятностью и относительной частотой?
- Дайте определение условной вероятности. Какие события называются независимыми?
- Дайте определение произведения событий. Докажите теоремы умножения.

- Напишите формулу полной вероятности.
- Напишите формулу Байеса.
- Дайте определение последовательности независимых испытаний, изложите схему Бернулли и докажите формулу Бернулли.
- Сформулируйте локальную теорему Муавра—Лапласа, докажите теорему Пуассона. Когда применяются эти теоремы?
- Дайте определение случайной величины. Приведите примеры.
- Дайте определение функции распределения случайной величины и докажите ее свойства.
- Дайте определение плотности распределения вероятностей и докажите ее свойства.
- Дайте описания дискретных и непрерывных распределений: биномиального, пуассоновского, геометрического, гипергеометрического, нормального, показательного, равномерного.
- Как найти вероятность попадания случайной величины в заданный интервал, если она распределена по нормальному или показательному закону?
- Дайте определение математического ожидания случайной величины и докажите его свойства.
- Дайте определение дисперсии случайной величины и докажите ее свойства.
- Дайте определение среднего квадратического отклонения случайной величины и укажите его преимущества по сравнению с дисперсией.

Практические занятия №2. Случайные величины

План практического занятия:

1. Понятие случайной величины.
2. Закон распределения случайной величины.
3. Закон распределения дискретной случайной величины.
4. Функция распределения и ее свойства.
5. Функция распределения дискретной случайной величины.
6. Плотность распределения и ее свойства.
7. Числовые характеристики случайных величин.
8. Основные законы распределения случайных величин.
9. Закон больших чисел.

Литература: [1, с. 64-187], [2, с. 79-216]

Пример кейс-задания для коллективного решения:

Подзадача 1

Курсовая стоимость ценной бумаги равна 1000 рублей. Она может в течение недели подорожать на 3 % с вероятностью 0,7 или подешеветь на 3 % с вероятностью 0,3. Предполагается, что еженедельные изменения цен независимы. Прошло две недели.

Установите соответствие между случайными событиями и вероятностями этих событий.

1. Курс ценной бумаги упадет 2. Курс ценной бумаги вырастет 3. Курс ценной бумаги не изменится

1 0,51 2 0,49 3 0 0,21 0,09

Подзадача 2

Максимально возможный курс ценной бумаги будет принадлежать интервалам (в руб.) ...

Подзадача 3

Математическое ожидание курсовой стоимости ценной бумаги будет равно ...

Вопросы для самоконтроля

- Дайте определение случайной величины. Приведите примеры.
- Дайте определение функции распределения случайной величины и докажите ее свойства.
- Дайте определение плотности распределения вероятностей и докажите ее свойства.
- Дайте описания дискретных и непрерывных распределений: биномиального, пуассоновского, геометрического, гипергеометрического, нормального, показательного, равномерного.
- Как найти вероятность попадания случайной величины в заданный интервал, если она распределена по нормальному или показательному закону?
- Дайте определение математического ожидания случайной величины и докажите его свойства.
- Дайте определение дисперсии случайной величины и докажите ее свойства.

- Дайте определение среднего квадратического отклонения случайной величины и укажите его преимущества по сравнению с дисперсией.

Практическое занятие №3. Математическая статистика

План практического занятия:

1. Генеральная и выборочная совокупности.
2. Статистическое распределение выборки.
3. Эмпирическая функция распределения.
4. Графическое изображение статистического распределения.
5. Числовые характеристики статистического распределения.
6. Статистическое оценивание.
7. нахождения точечных оценок.
8. Статистические методы обработки экспериментальных данных.
9. Оценивание неизвестных параметров.
10. Методы Интервальное оценивание параметров, доверительные интервалы.
11. Проверка статистических гипотез.
12. Проверка гипотез о законе распределения.

Литература: [2, с. 187-345], [3, с. 7-200]

Пример кейс-задания для коллективного решения:

Собрать сведения (информацию) о финансово-хозяйственной деятельности организации (производящей продукцию, оказывающей услуги или выполняющей работы) из разных источников (финансовой отчетности, СМИ, из Интернета, органов статистики и т.д.), обработать данные.

Вопросы для самоконтроля

- Что называется выборкой? Напишите формулу для вычисления выборочной средней.
- Что такое вариационный ряд? Как построить вариационный ряд по имеющимся данным?
- Что такое гистограмма и полигон распределения, как их построить?
- Что понимается под статистической оценкой параметров распределения случайных величин? Какие требования предъявляются к этим оценкам?
- Какие оценки называются точечными?
- Дайте определения несмещенной и смещенной оценок.
- Какие оценки являются интервальными? В каких случаях следует использовать интервальную оценку?
- Что такое доверительный интервал, доверительная вероятность? Какая связь между этими понятиями? Приведите примеры использования.
- Как найти доверительные интервалы для оценки, математического ожидания нормального распределения?
- Дайте определение статистической гипотезы, приведите примеры статистической проверки гипотез.
- Дайте определение нулевой и конкурирующей гипотез. Какие типы ошибок возможны при статистической проверке статистических гипотез?
- Каков порядок рассуждений при проверке гипотез? Приведите пример статистической проверки статистических гипотез.
- Дайте определение критической области. Какие типы областей Вы знаете? Как они строятся?